Fiche de cours	Mathématiques	Quatrième
Chapitre : Puissances	Puissances et notation scientifique	

1. Puissances :

1.a) Définition

Le nombre réel ***a***,à la puissance ***n*** (ou a l'exposant n) est définie par :

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ fois}}$$

*a étant **<u>un nombre réel</u>** ($a \in \mathbb{R}$) et n un entier non nul ($n \in \mathbb{N}^*$)*

1.b) Règles

Par convention

$\boxed{a^0 = 1}$	$\boxed{a^1 = a}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$
$3^0 = 1$ $(-5{,}75)^0 = 1$ $\left(\frac{\pi}{5}\right)^0 = 1$	$3^1 = 3$ $(-5{,}75)^1 = -5{,}75$ $\left(\frac{\pi}{5}\right)^1 = \frac{\pi}{5}$ $x^1 = x$	$3^{-1} = \frac{1}{3}$ $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ $x^{-1} = \frac{1}{x}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$ $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

Remarque

$$\boxed{0^0 \quad n'est pas\ défini, n'existe pas.}$$

Règles (Pour n et p entiers relatifs)

$\boxed{a^n \times a^p = a^{n+p}}$	$\boxed{(a^n)^p = a^{n \times p}}$	$\boxed{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$
$A = 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$ $\boxed{A = 2^7}$ $B = 10^3 \times 10^{-4}$ $B = 10^{3-4} = 10^{-1} = \frac{1}{10^1}$ $\boxed{B = \frac{1}{10} = 0{,}1}$ $C = x^2 \times x^3 = x^{2+3}$ $\boxed{C = x^5}$	$D = (2^3)^4 = 2^{3\times 4}$ $\boxed{D = 2^{12}}$ $E = (10^3)^{-4} = 10^{3\times(-4)}$ $\boxed{E = 10^{-12} = \frac{1}{10^{12}}}$ $F = (x^2)^3 = x^{2\times 3}$ $\boxed{F = x^6}$	$G = \frac{2^3}{2^7} = 2^{3-7}$ $\boxed{G = 2^{-4} = \frac{1}{2^4}}$ $H = \frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3-(-2)} = 10^{3+2}$ $\boxed{H = 10^5 = 100\ 000}$ $I = \frac{x^3}{x} = \frac{x^3}{x^1} = x^{3-1}$ $\boxed{I = x^2}$

Règles (Pour n entier relatif , a réel et b réel non nul)

$(a\times b)^n = a^n \times b^n$	$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ et $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}}$
$J=(5\times 3)^2 = 5^2\times 3^2 = 25\times 9$ $\boxed{J=225}$ $K=5^5\times 2^5=(5\times 2)^5=10^5$ $\boxed{K=100\,000}$ $L=(3x)^2=3^2\times x^2=\boxed{9x^2}$ $M=(-2x)^3=(-2)^3\times x^3=\boxed{-8x^3}$	$N=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2^2}{3^2}=\boxed{\frac{4}{9}}$ $P=\left(\frac{10}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{10}\right)^2=\frac{3^2}{10^2}=\boxed{\frac{9}{100}=0{,}09}$ $Q=\left(\frac{x}{4}\right)^2=\frac{x^2}{4^2}=\boxed{\frac{x^2}{16}=\frac{1}{16}\times x^2}$

2. Notation scientifique :

2.a) Remarques sur les puissances de 10. (pour n entier relatif positif non nul)

$\boxed{10^n = \underbrace{10\times 10\times..\times 10}_{n\,fois} = 1\,\underbrace{00\ldots 0}_{n\,zéros}}$	$\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}00.\ldots 0}_{n\,zéros}1}$
$10^3 = 1\,000 = mille$ $10^6 = 1\,000\,000 = 1\,million$ $10^9 = 1\,000\,000\,000 = 1\,milliard$ $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000 = 1\,billion\ (en\ france\ !)$	$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 1\,dixième$ $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0{,}01 = 1\,centième$ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001 = 1\,millième$ $10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0{,}000\,001 = 1\,millionième$

2.b) Notation scientifique.

Ecrire un nombre en écriture scientifique c'est l'exprimer sous la forme :

$$\boxed{\underbrace{\boxed{a}}_{Nombre\ entre\ 1\ et\ 10\ exclu} \times 10^n}$$

Pour les nombres supérieurs à 1 (en valeur absolue), l'exposant n sera <u>positif</u>.	Pour les nombres inférieurs à 1 (en valeur absolue), l'exposant n sera <u>négatif</u>.
$9{,}5 = 9{,}5\times 10^0$ $50{,}7 = 5{,}07\times 10^1$ $1\,000 = 1\times 10^3$ $1\,234 = 1{,}234\times 10^3$ $-25{,}1 = -2{,}51\times 10^1$ $\frac{5}{2} = 2{,}5 = 2{,}5\times 10^0$	$0{,}5 = 5\times 10^{-1}$ $0{,}02 = 2\times 10^{-2}$ $0{,}0123 = 1{,}23\times 10^{-2}$ $0{,}000\,15 = 1{,}5\times 10^{-4}$ $-0{,}7 = -7\times 10^{-1}$ $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 2{,}5\times 10^{-1}$

3. Complément sur le nom des grands nombres :

Les grands nombres comme 1.000.000, 1.000.000.000, ... ou en général 10^{3n} portent des noms particuliers comme : *million*, *milliard*, *billion*, *trillion*, *quadrillion*, *billiard*, *trilliard*, *quadrilliard*, etc...

Si *million* et *milliard* représentent respectivement 10^6 et 10^9 dans tous les cas, il n'est pas du tout pareil pour les autres; *billion* peut représenter 10^9 ou 10^{12} suivant le pays dans lequel il est employé ou même l'époque.

Il y a en fait principalement deux systèmes utilisés:

- L'échelle **latine courte** employée aux USA, de plus en plus en Grande-Bretagne. Elle était également employée en France au XVIII^e siècle.
- **L'échelle latine longue** employée en Europe continentale, comme en France ou en Belgique.

Au niveau mondial cependant, l'échelle courte devient de plus en plus employée au détriment de l'échelle longue.

Nombre	Echelle courte	Echelle longue (France)
10^6	million	million
10^9	billion	milliard
10^{12}	trillion	billion
10^{15}	quadrillion ou quatrillion	billiard
10^{18}	quintillion	trillion
10^{21}	sextillion	trilliard
10^{24}	septillion	quadrillion ou quatrillion
10^{27}	octillion	quadrilliard ou quatrilliard
10^{30}	nonillion	quintillion
10^{33}	décillion	quintilliard
10^{36}	undécillion	sextillion
10^{39}	duodécillion ou dodécillion	sextilliard
10^{42}	trédécillion	septillion
10^{45}	quattordécillion	septilliard
10^{48}	quindécillion	octillion
10^{51}	sexdécillion	octilliard
10^{54}	septendécillion	nonillon
10^{57}	octodécillion	nonilliard
10^{60}	novemdécillion	décillion