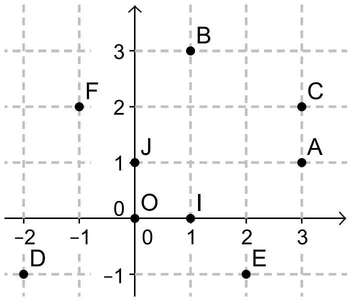
Géométrie dans un repère – Exercices

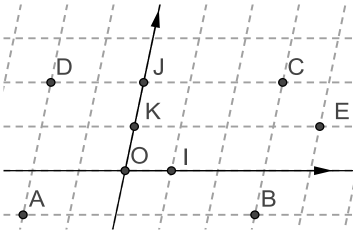
Repères et coordonnées

1 Pour chacune des questions suivantes entourer la bonne réponse.
On considère un repère $(O; I, J)$.



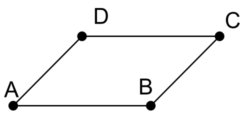
1. Le point d'ordonnée 3 est
   a. A **b.** B **c.** C
2. Le point d'abscisse 2 est
   a. C **b.** E **c.** F
3. Les points d'ordonnée négative sont
   a. D et F **b.** D et E **c.** D
4. Le point de coordonnées $(0; 1)$ est
   a. B **b.** I **c.** J

2 Pour chacune des questions suivantes entourer la ou les bonnes réponses. On considère un repère $(O; I, J)$.



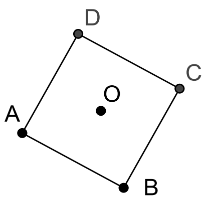
1. Le point de coordonnées $(0; 1)$ est
   a. I **b.** J **c.** K
2. Le point D a pour abscisse
   a. 1 **b.** -1 **c.** -2
3. Le quadrilatère $ABCD$ est
   a. un losange **b.** un parallélogramme
   c. un trapèze
4. Le point E a pour coordonnées
   a. $(4; 1)$ **b.** $(2; 1)$ **c.** $\left(4; \frac{1}{2}\right)$

3 $ABCD$ est un parallélogramme. Donner les coordonnées des quatre points de la figure dans les repères suivants.



a. $(A; B, D)$ **b.** $(C; B, D)$ **c.** $(D; C, B)$

4 $ABCD$ est un carré de centre O.

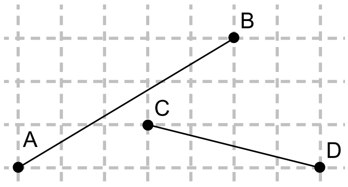


1. Citer un repère orthonormé ayant pour origine A, puis D.
2. Donner les repères orthonormés d'origine O.
3. Donner les coordonnées des 5 points de la figure dans les repères suivants.
   a. $(D; A, C)$ **b.** $(A; B, C)$ **c.** $(O; C, B)$

5 Placer dans un repère des points dont les coordonnées $(x; y)$ satisfont l'égalité $y = 2x - 1$. Que remarque-t-on ?
Même question avec $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ puis $y = \frac{6}{x}$.

Distance en repère orthonormé

6 Le quadrillage ci-contre est constitué de carrés.
Calculer les distances AB et CD, l'unité étant un côté du carré.



7 On se place dans un repère orthonormé, dans chaque cas, calculer la distance AB.
a. $A(1; 5)$ et $B(4; 1)$ **b.** $A(-2; 3)$ et $B(-1; 1)$
c. $A(2; -3)$ et $B(6; 0)$ **d.** $A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ et $B\left(1; \frac{1}{2}\right)$

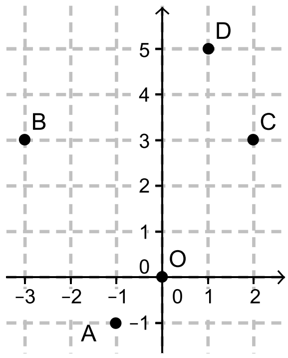
8 Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-2; -2)$, $B(2; 1)$ et $C(-3; 4)$.
1. Calculer les distances AB, AC, BC.
2. Le triangle ABC est-il isocèle ?

9 On considère dans un repère orthonormé les points $A(2; 3)$, $B(7; 1)$ et $C(6; 13)$. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

10 Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2; 3)$, $B(6; 6)$ et $C(-1; 7)$.
1. Calculer les distances AB, AC, BC.
2. Montrer que ABC est isocèle rectangle.

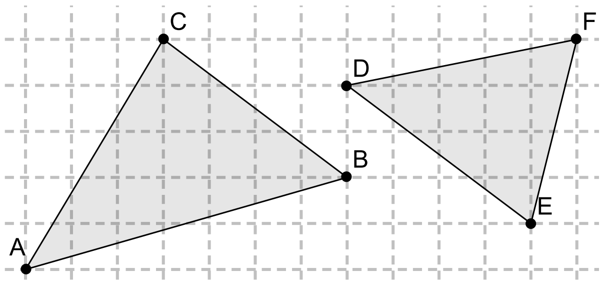
11 Dans un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $I(-4; 2)$ de rayon 5. Parmi les points suivants, lesquels appartiennent à $\mathcal{C}$?
$A(0; 5)$ $B(-3; 7)$ $C(-9; 2)$ $D(-7; -2)$

12 On se place dans le repère orthonormé ci-contre.



1. Lire les coordonnées des points A, B, C, D.
2. Vrai ou faux ? Justifier.
   a. Le triangle BCD est rectangle en D.
   b. La médiatrice de $[AB]$ passe par C.
   c. Les points A, B, C, D appartiennent à un même cercle.

13 Le quadrillage ci-dessous est constitué de carrés.
1. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.
2. Le triangle DEF est-il isocèle ? Justifier.



14 Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1;3)$ et $B(-1;1)$.

1. Construire le point C de l'axe des abscisses tel que le triangle ABC soit isocèle en C en expliquant la construction et lire les coordonnées de C.
2. On note x l'abscisse de C. Calculer AC et BC puis vérifier par le calcul la lecture graphique de la question 1.

15 Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, soit $A(-1;3)$ et $B(3;y)$ où y est un nombre.

1. Quel est l'ensemble des points B ?
2. Déterminer y dans chacun des cas suivants : d'abord par lecture graphique en expliquant la construction, ensuite en résolvant une équation.
   a. $OA = OB$.
   b. $AB = 5$.
   c. B appartient à la médiatrice de $[IJ]$.

16 Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les points $A(2;5)$ et $B(4;2)$.

1. Construire les points C de l'axe des ordonnées tels que ABC soit isocèle en A en expliquant la construction. Lire leurs coordonnées.
2. On note y l'ordonnée d'un tel point C. Montrer que y est solution de l'équation $y^2 - 10y + 16 = 0$.
3. Montrer que $y^2 - 10y + 16 = (y-2)(y-8)$ et retrouver la conclusion de la question 1.

17 On se place dans un repère orthonormé $(O; I, J)$. On considère un réel x et les points $A(-4;x)$, $B(-5;-1)$ et $C(2;0)$.

1. Quel est l'ensemble des points A ? Le représenter sur le repère, ainsi que les points B et C.
2. **a.** Calculer AB^2, AC^2 et BC^2.
   b. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $x^2 + x - 6 = 0$.
   c. Vérifier que $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$ et en déduire les valeurs de x pour lesquelles ABC est rectangle en A.
   Compléter la figure précédent avec les deux triangles A_1BC et A_2BC correspondants.
3. Pourquoi les points A_1, A_2, B, C sont-ils situés sur un même cercle ? Tracer ce cercle, donner les coordonnées de son centre O ainsi que son rayon.

Coordonnées du milieu d'un segment

18 On se place dans un repère $(O; I, J)$. Choisir la bonne réponse. Justifier.

1. On a $A(-1;5)$ et $B(-3;-9)$. Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées :
   a. $(1;7)$ **b.** $(-2;-2)$ **c.** $(-1;-7)$
2. On a $A(-2;\sqrt{3})$ et $B(-1;-\sqrt{3})$. Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées :
   a. $\left(-\frac{1}{2};\sqrt{3}\right)$ **b.** $\left(-\frac{3}{2};2\sqrt{3}\right)$ **c.** $\left(-\frac{3}{2};0\right)$

19 On se place dans un repère, dans chaque cas, calculer les coordonnées du milieu de $[AB]$.

a. $A(-2;5)$ et $B(4;1)$ **b.** $A(-2;3)$ et $B(-1;1)$
c. $A(2;-3)$ et $B(6;0)$ **d.** $A\left(\frac{1}{2};2\right)$ et $B\left(1;\frac{1}{2}\right)$

20 On se place dans un repère $(O; I, J)$. Soit $A(-3;2)$, $B(-5;-2)$, $C(3;-1)$, $D(5;4)$, $E(9;-4)$, $F(1;3)$. Vrai ou faux ? Justifier.

1. F est le milieu de $[AD]$.
2. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
3. E est le symétrique de A par rapport à C.

21 Dans un repère, on considère les points $T(7;5)$ et $R(-1;7)$.

1. Déterminer les coordonnées du point P tel que R soit le milieu de $[TP]$.
2. Déterminer les coordonnées du point S tel que T soit le milieu de $[RS]$.

22 Même exercice que le précédent avec $T(7;5)$ et $R(-1{,}23;6{,}81)$.

23 Dans un repère, on considère les points $A(2;3)$, $B(7;1)$ et $C(3;5)$.

1. Déterminer les coordonnées du milieu I de $[AC]$.
2. En déduire les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Écrire un algorithme permettant de calculer à partir des coordonnées (x_A, y_A), (x_B, y_B) et (x_C, y_C) de 3 points A, B, C les coordonnées (x_D, y_D) du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

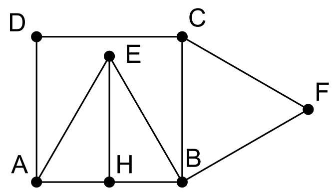
24 Soit ABC un triangle, A', B', C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.
Dans le repère $(A; B, C)$, déterminer les coordonnées des six points de la figure.

25 On se place dans un repère orthonormé. Soit les points $A(-3;0)$, $B(5;-1)$, $C(9;6)$ et $D(1;7)$.

1. Démontrer que $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu.
2. Calculer les longueurs AB et BC.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

Problème

26 $ABCD$ est un carré, BFC et ABE deux triangles équilatéraux comme sur la figure. H est le pied de la hauteur issue de E dans AEB.



On souhaite montrer que D, E, F sont alignés.
On se place dans le repère orthonormé $(A; B, D)$.

1. Donner les coordonnées des points A, B, C et D.
2. Calculer EH. En déduire les coordonnées des points E et F.
3. Montrer que $DF = DE + EF$ et conclure.